

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (6 نقط)

$a$  و  $b$  عدنان طبيعيان حيث  $b = 2006$  ،  $a = 1428$

1/ أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a$  على 9

ب) بين أن :  $b \equiv -1[9]$

جـ) هل العدنان  $a$  و  $b$  متوافقان بترديد 9 ؟ برّر إجابتك .

2/ أ) ما هو باقي قسمة العدد  $(a+b^2)$  على 9 ؟

ب) استنتج باقي قسمة  $(a+b^2)$  على 3

التمرين الثاني (5 نقط)

$(u_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $u_n = 3n+1$  .

1/ احسب  $u_2, u_1, u_0$  .

2/ بين أن  $(u_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها . عين اتجاه تغير  $(u_n)$  .

3/ تحقق أن العدد 2008 حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$  . ما رتبته؟

4/ أحسب المجموع :  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$

التمرين الثالث (9 نقط)

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x^3 - 3x$

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

1) احسب  $f(-1)$  ،  $f(-2)$  .

2) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) احسب  $f'(x)$  ثم أدرس إشارتها .

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

3) أ) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  .

ب) استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيين إحداثيي كل منها .

جـ) اكتب معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 0 .

درس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  . ماذا تستنتج ؟

د) أرسم  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول (6 نقط)

- ( $u_n$ ) متتالية عددية معرفة بحدها الأول  $u_1 = 7$  و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $u_{n+1} = 2u_n + 1$
- (1) أحسب  $u_2$  ،  $u_3$  ،  $u_4$  .
  - (2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  ، نعرف المتتالية ( $v_n$ ) كما يأتي :  $v_n = u_n + 1$  .
    - أ - أثبت أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها الأول  $v_1$  .
    - ب - اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  .
    - ج - نضع :  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ، احسب  $S_n$  بدلالة  $n$  .
    - د - عين  $n$  علما أن  $S_n = 1016$  .

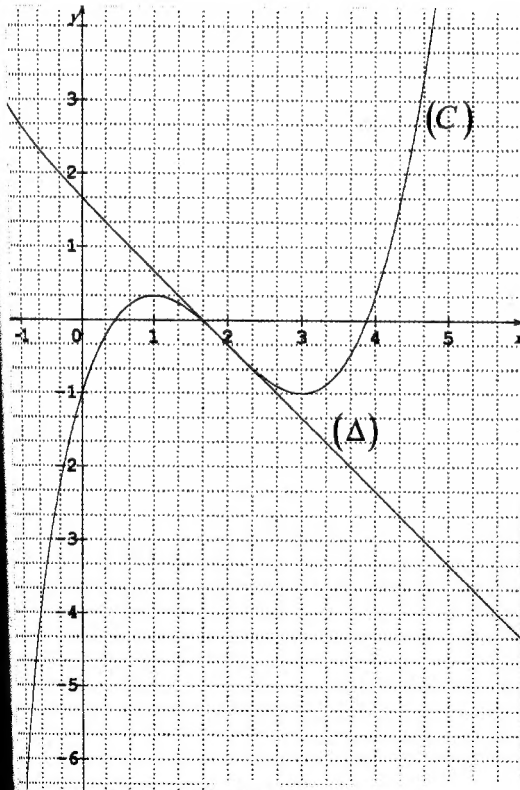
### التمرين الثاني (4 نقط)

- 1 - احسب باقي قسمة كل من  $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$  على 7 .
- 2 - عين باقي قسمة كل من :  $3^{6n}$  و  $3^{6n+4}$  على 7 حيث  $n$  عدد طبيعي غير معدوم .
- استنتج باقي قسمة  $3^{2008}$  على 7 .
- 3 - بين أن العدد :  $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$  يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي  $n$  .

### التمرين الثالث (10 نقط)

- المنحنى (C) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة  $f$  معرفة على المجال  $[-1, +\infty[$  و ( $\Delta$ ) مماس للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 2 .
- (1) خمن نهاية  $f$  عند  $+\infty$  ثم بقراءة بيانية عين اتجاه تغير  $f$  على المجال  $[-1, +\infty[$  .
  - شكل جدول تغيرات  $f$  .
  - (2) من العبارات الآتية :
    - $f_2(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$  ،  $f_1(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$
    - $f_3(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$
 عين العبارة المناسبة للدالة  $f$  مبررا ذلك .
  - (3) ادرس تغيرات الدالة  $f$  . هل تخميناتك و قراءتك السابقة صحيحة؟
  - (4) عين معادلة للمستقيم ( $\Delta$ ) .
  - (5) عين إحداثيي نقطة الانعطاف للمنحنى (C) .

- (6) ارسم المستقيم  $y = -1$  ، ثم حل بيانيا المترابحة ذات المجهول الحقيقي  $x$  :  $f(x) < -1$
- (7) عين نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (D) ذي المعادلة :  $y = 3x - 1$



العلامة		عناصر الإجابة	الموضوع الأول	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة			
06	1	التمرين الأول : ( 06 ن ) $b = 2006$ ، $a = 1428$ (1) أ) $1428 = 9(158) + 6$ أي $1482 \equiv 6[9]$ و منه باقي قسمة $a$ على 9 هو 6 ب) $b - (-1) = 2007 = 9 \times 223$ اذن $b - (-1) \equiv 0[9]$ أي $b \equiv -1[9]$ ج) بما أن $b \equiv -1[9]$ فإن $b = 8 \equiv [9]$ و منه باقي قسمة $b$ على 9 هو 8 بما أن العددين $a$ و $b$ ليس لهما نفس الباقي على 9 فإنهما غير متوافقين على 9.	الموافقة	
	1	(2) أ) $a + b^2 \equiv 6 + (-1)^2[9]$ $a + b^2 \equiv 7[9]$ باقي قسمة $a + b^2$ على 9 هو 7. ب) حسب نتيجة السؤال (أ) $a + b^2 = 9k + 7 \quad (k \in \mathbb{N})$ $= 3(3k + 2) + 1$ $= 3k' + 1 \quad (k' = 3k + 2)$ باقي قسمة $a + b^2$ على 3 هو 1		
	1			
	1			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
05	3×0,25	التمرين الثاني : 05 ن $u_n = 3n + 1$ $u_0 = 1$ ، $u_1 = 4$ ، $u_2 = 7$ (1) $u_{n+1} = 3(n+1) + 1 = 3n + 4$ (2) $u_{n+1} - u_n = (3n + 4) - (3n + 1) = 3$ اذن $(u_n)$ حسابية أساسها 3 . و هي متتالية متزايدة تماما لأن أساسها موجب. $u_n = 2008$ (3) $u_{n+1} = 2008$ و منه $n = 669$ بما أن 669 عدد طبيعي فإن 2008 حد من المتتالية و رتبته 670.	القسمة الإقليدية	
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			

69

الإجابة

محاور  
الموضوع

المتتاليات

الموافقات

محاور

الموضوع

المتتاليات

الموافقات

محاور

الموضوع

المتتاليات

الموافقات

محاور

الموضوع

المتتاليات

الموافقات

محاور

الموضوع

المتتاليات

الموافقات

محاور

الموضوع

المتتاليات

الموافقات

محاور  
الموضوع

عناصر الإجابة

العلامة

مجزأة

المجموع

(4) حساب المجموع :

$$s = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$$

$s$  مجموع 670 حدا الأولى للمتتالية  $(u_n)$

$$s = \frac{670}{2} (u_0 + u_{669})$$

$$= 335(1 + 2008)$$

$$= 335 \times 2009$$

$$s = 673015$$

0,5

0,5

0,25

الدوال

التمرين الثالث : (09 ن )

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$f(-1) = 2 ; f(-2) = -2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (2) \text{ أ}$$

ب) من اجل كل  $x \in \mathbb{R}$  فإن  $f'(x) = 3x^2 - 3$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$(x = 1) \text{ أو } (x = -1)$$

إشارة  $f'(x)$

$$f'(x) > 0 \text{ من اجل } x \in ]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$$

$$f'(x) < 0 \text{ من اجل } x \in ]-1, 1[$$

(جـ)

$x$	$-\infty$	$-1$	$+1$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
تغیر $f$	$-\infty$	$2$	$-2$	$+\infty$	

$$(3) \text{ أ} f(x) = 0 \text{ معناه } x^3 - 3x = 0$$

$$\text{و منه } x(x^2 - 3) = 0 \text{ اذن}$$

$$\text{مجموعة الحلول هي : } \{0, -\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$$

ب) حلول المعادلة  $f(x) = 0$  هي فواصل نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع

محور الفواصل .

$$\text{احداثيات النقط هي } (0, 0), (-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, 0)$$

$$\text{جـ) معادلة } (\Delta) y = -3x$$

إشارة  $f(x) - y$

الإستنتاج

د) رسم  $(C_f)$  ،  $(\Delta)$

70

معايير الموضوع	الموضوع الثاني	عناصر الإجابة	العلامة	
			مجزأة	المجموع
مقتليات	التمرين الأول : 06 نقاط	$u_4 = 63$ , $u_3 = 31$ , $u_2 = 15$ $v_1 = 8$ , $q = 2$ ; $v_{n+1} = 2v_n$ $u_n = 8 \times 2^{n-1} - 1$ و $v_n = 8 \times 2^{n-1}$ $S_n = v_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$ $S_n = 8(2^n - 1)$ $2^n = 128$ , $n = 7$	3×0,5 3×0,5 2×0,5 0,25+0,75 0,5+0,5	06
مواصفات	التمرين الثاني : 04 نقاط	1 - بواقي قسمة $3^6, 3^5, 3^4, 3^3, 3^2$ على 7. هي على الترتيب : 2 , 6 , 4 , 5 , 1 2 - $3^6 \equiv 1[7]$ و منه $3^{6n} \equiv 1[7]$ و $3^{6n+4} \equiv 4[7]$ باقي قسمة $3^{6n}$ هو 1 وباقي قسمة $3^{6n+4}$ هو 4 $2008 = 6 \times 334 + 4$ و منه باقي قسمة $3^{2008}$ على 7 هو 4 $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv (3 \times 4 - 2 \times 1 + 4)[7]$ $\equiv 0[7]$ العدد $(3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4)$ يقبل القسمة على 7 .	0,25×5 0,5 0,5 0,25 0,25 0,5 0,5 0,25	04
	التمرين الثالث : 10 نقاط	1 / $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $f$ متزايدة تماما على $[-1, 1]$ $f$ متناقصة تماما على $[1, 3]$ $f$ متزايدة تماما على $[3, +\infty[$ جدول التغيرات $f_1(x)$ غير مناسبة لأن $f(0) = 1$ ( غير صحيح ) $f_3(x)$ غير مناسبة لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ( غير صحيح ) و منه $f(x) = f_2(x)$ ملاحظة : يقبل أي تبرير آخر صحيح 3 / $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $f(-1) = -\frac{19}{3}$ $f$ قابلة للاشتقاق على $[-1, +\infty[$ $f'(x) = x^2 - 4x + 3$ إشارتها جدول التغيرات	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5+0,5 0,25 0,5 0,5 0,25	10

تابع الإجابة النموذجية و سلم التنقيط المادة : الرياضيات الشعبة : آداب و فلسفة + لغات أجنبية بكالوريا جوان 2008

العلامة	محاو الموضوع	عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
0,5		تعتبر إجابة التلميذ صحيحة إذا عبرت عن الإسجام بين قراءته و تخميناته من جهة و بين نتائج دراسة تغيرات الدالة $f$ التي اختارها في السؤال 2 .		
0,5+0,5		( الطريقة ثم النتيجة ) $y = -x + \frac{5}{3}$ /4 ( تقبل الحالتين الممكنتين : هندسيا و تحليليا )		
0,5+0,5		الشرح ثم النتيجة $S = [-1; 0[$ /6		
0,25		/5 $f''(x) = 2x - 4$		
0,5		$f''(x)$ تنعدم عند 2 و تغير إشارتها		
0,25		منه (C) يقبل $\omega\left(2, -\frac{1}{3}\right)$ نقطة انعطاف.		
0,5×2		7 / يتقاطع (C) مع (D) في نقطتين هما $A(0, -1)$ و $B(6, 17)$		